Available online at www.alphanumericjournal.com

alphanumeric journal
The Journal of Operations Research, Statistics, Econometrics and Management Information Systems

Volume 7, Issue 1, 2019

Received: January 10, 2019
Accepted: March 22, 2019
Published Online: June 30, 2019

AJ ID: 2018.07.01.OR.01
DOI: 10.17093/alphanumeric.532667
Research Article

Fuzzy Decision Making Methodology for Portfolio Selection Problem Under Uncertainty: An Application at Borsa İstanbul (BIST)

Beyza Özkök, Ph.D.
Assoc. Prof., Department of Quantitative Methods, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Yıldız Technical University, Istanbul, Turkey, bahlat@yildiz.edu.tr

* Yıldız Teknik Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Çifte Havuzlar Mah. Eski Londra Asfaltı Cad. No: 179 34220 Esenler, İstanbul, Türkiye

ABSTRACT

Evaluation of investment alternatives, taking effective and efficient investment decisions are becoming one of the most important decision-making problems in human history. Portfolio management and selection are the subject of interest of scientists and the practitioners at the business world for many years. More specifically, the decision-making problem is to decide which stocks are to be chosen for investment and in what proportions they will be bought. In this study, we handled the portfolio selection problem under uncertainty. In this context; we used minimum criterion, co-probability criterion, regret criterion, optimistic criterion, geometric mean and harmonic mean. The membership functions created with the help of the characteristics of used criteria, and we tried to provide consistent investment decisions by using these memberships for evaluating alternative stocks. While portfolio selection under uncertainty, the membership functions created by examining only the data obtained from previous periods of financial ratios of companies. During the analysis, no need to use expert opinion is a strong aspect of the methodology used in the decision-making.

Keywords: Portfolio Selection, Decision Analysis, Fuzzy Mathematical Programming, Financial Decision Making

Belirsizlik Altında Portföy Seçimi Problemi için Bulanık Karar Verme Metodolojisi: Borsa İstanbul (BIST)'da Bir Uygulama

ÖZ

Yatırım alternatiflerinin etkin bir şekilde değerlendirilmesi ve verimli yatırım kararlarının alınabilmesi insanlık tarihinin en önemli karar problemlerden birini oluşturmuştur. Portföy yönetimi ve seçimi uzun yıllardır hem bilim adamlarının hem de iş dünyasındaki uygulamacıların ilgisini çeken bir konu olmuştur. Yatırımcıların hangi yatırım araçlarından ne oranda portföylerine almaları gerektiği sorusu portföy seçimi problemini doğurmuştur. Bu çalışmada belirsizlik altında portföy seçimi ele alınmış ve bu kapsamda sırasıyla Minimum, Eş Olasılık, Pişmanlık, İyimserlik, Geometrik ve Harmonik Ortalama kriterleri kullanılarak portföy seçimi yapılmıştır. Bu kriterler ışığında farklı tip yatırımcılar için planlar önerilmiştir. Belirsizlik altında portföy seçimi yapılırken sadece şirketlerin geçmiş dönem verileri incelenerek elde edilen finansal oranlarına bakılarak ve kullanılan kriterlerin karakteristikleri yardımıyla üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur. Analiz yapılırken uzman görüşlerine başvuru ihtiyacı duyulmaması, kullanılan karar verme metodolojisinin kuvvetli ve pratik yönüdür.

Anahtar Kelimeler: Portföy Seçimi, Karar Analizi, Bulanık Matematik Programlama, Finansal Karar Verme

1. Giriş

Yatırımcıların hangi yatırım araçlarından ne oranda portföylerine almaları gerektiği sorusu portföy seçimi problemini doğurmuştur. Portföy seçimi bir çok kriterli karar verme problemidir ve uzun yıllardır üzerine yeni metodolojiler geliştirilmektedir. Uzun yıllar süren araştırmaların sonunda iki genel portföy yönetim teorisi ortaya atılmıştır. Bunlardan ilki portföye alınacak yatırım araçlarının çeşitlendirilmesine dayanan geleneksel portföy yönetim teorisi iken, diğeri ise portföyde yapılacak çeşitlendirmenin yanı sıra yatırım alternatiflerinin arasındaki ilişkinin de dikkate alınması gerektiğini öne süren Markowitz (1952) tarafından ortaya atılan modern portföy teorisidir.

Tüm yatırım türlerinin getirileri gelecekteki olaylara bağlıdır, yani risk içermektedir. Bu durum menkul kıymetler piyasası ortamında da geçerlidir. Yatırımcılar aldıkları hisse senetleriyle dönem sonunda elde edecekleri getiriyi kesin olarak bilemezler, ancak hisse senetlerinin geçmiş dönem hareketlerini analiz ederek ileriye yönelik tahminlerde bulunabilirler. Portföy seçimi problemini ele almak için çok çeşitli matematik modeller: stokastik programlama, hedef programlama, analitik hiyerarşi prosesi, bulanık modeller önerilmiştir. Portföy yönetim modellerinin de öngördüğü gibi bir yatırımcının menkul kıymet seçimi yaparken riski azaltmak için alternatifler arasında çeşitlendirme yapması akıllıca izlenebilecek bir strateji olarak görülmektedir. Ancak, oluşturulacak portföyde çeşitlendirmenin riski azaltmasının yanında çeşitlendirme fazlalığı portföye düşük getirili menkul kıymetlerin de katılmasına neden olabilir. Bu da elde edilebilecek mümkün getirinin azalmasına yol açar.

Klasik karar teorisinde karar; karar alternatiflerinin kümesi, durum uzayı kümesi, her ikiliye kararı ve sonucu atayan bir bağıntı ve son olarak kararları istenebilirliliklerine göre sıralayan bir fayda fonksiyonu ile karakterize edilebilir. Belirlilik altında karar verilirken karar verici hangi durumun beklendiğini bilir ve buna göre verilen mevcut durum uzayından en yüksek faydayı sağlayacak karar alternatifini seçer. Risk altında karar verirken ise karar verici tam olarak hangi durumun gerçekleşeceğini bilmez sadece durumların olasılık fonksiyonunu bilir dolayısıyla bu kez karar verme daha zor bir hal alır (Zimmermann, 2011).

Zadeh (1965), bu gibi güçlüklerle baş edebilmek amacıyla bulanık küme teorisi fikrini bilim dünyasına önermiştir. Bu teoride her elemana üyelik fonksiyonu aracılığıyla bir üyelik derecesi atanır. Üyelik dereceleri klasik küme teorisinde elemanların kümeye ait oldukları durumda 1 ve ait olmadıkları durumda 0 iken bulanık küme teorisinde elemanların üyelik dereceleri [0,1] kapalı aralığında farklı değerler alabilmektedir. Buda bize elemanların kümeye ait olup olmadıklarını kesin bir şekilde değil bulanık olarak ifade etmeyi sağlar.

Literatürde portföy oluşturmaya yönelik bir çok çalışma mevcuttur. Tarihsel olarak, Markowitz (1952) tarafından ortaya atılan ortalama-varyans modeli portföy optimizasyon probleminin ilk örneğidir. Bu model literatürde oldukça önemlidir, çünkü ortalama-varyans analizi, sermaye varlık fiyatlandırma modeli (CAPM), Sharpe-Lintner modeli ve iki faktörlü model olarak bilinen denge modelinin türetilmesi için bir temel oluşturmuştur (Sharpe, Alexander & Bailey, 1999).

Portföy seçim problemi için önerilen matematiksel modellerin bir kısmı bu bölümde kısaca özetlenmiştir. Analitik hiyerarşi prosesini kullanarak, Durer vd. (1997) çalışmalarında karmaşık portföy sistemlerini analiz etmişlerdir. Tanaka ve Guo (1999) çalışmalarında iki tür olasılık dağılımına dayanan kuadratik programlama yoluyla portföy seçim modellerini formüle etmişlerdir. Xia vd. (2000) portföy seçimi için genetik algoritmalar kullanan yeni bir model önermişlerdir. Inuiguchi ve Ramík (2000) bazı bulanık doğrusal programlama yöntem ve tekniklerini pratik bir bakış açısıyla gözden geçirmişler ve bulanık matematiksel programlama yaklaşımlarını stokastik programlama ile karşılaştırmışlardır. Tanaka, Guo & Türksen (2000), Markowitz'in modelinde olduğu gibi geleneksel olasılık dağılımlarından ziyade bulanık olasılıklara ve olasılık dağılımlarına dayanan iki portföy seçim modeli önermişlerdir. Inuiguchi ve Tanino (2000) çalışmalarında portföy seçimindeki en kötü pişmanlığa dayanan yeni bir olasılıksal programlama yaklaşımı önermişlerdir. Tiryaki (2001), çalışmasında menkul kıymetleri seçmek için, veri zarflama analizini kullanarak İMKB'de işlem gören şirketlerin finansal performansını değerlendirmiştir. Parra, Terol & Urıa (2001), getiri, risk ve likidite olmak üzere üç kriter göz önünde bulundurularak bulanık hedefler ve bulanık kısıtlamalar içeren bulanık bir hedef programlama oluşturmuşlardır. Ong, Huang & Tzeng (2005), yeni bir portföy seçim modelinin formüle edilmesinde gri ve olasılıksal regresyon modellerini içeren bir yöntem önermişlerdir. Tiryaki ve Ahlatcıoğlu (2005), yeni bir sıralama ve ağırlıklandırma yöntemi önermişlerdir ve bunu İMKB'deki hisse senetlerinin seçimine uygulamışlardır. Lacagnina ve Pecorella (2006), hem belirsizliği hem de belirsizliği yakalamak için yumuşak kısıtlamalar ve çözümlerle çok aşamalı stokastik bulanık bir program geliştirmişler ve programlarını bir portföy yönetimi problemini çözmek için kullanmışlardır. Huang, Tzeng & Ong (2006), belirsizlik koşulları altında en uygun portföy seçimini belirlemek için geleneksel ortalama-varyans yöntemini revize etmişlerdir. Sharpe'in tek indeks modelini yumuşak bir çerçevede kullanan Terol vd. (2006) portföy seçim problemlerini çözmek için bulanık uzlaşık programlama problemini formüle etmişlerdir. Giove, Funari &Nardelli (2006), menkul kıymetlerin fiyatlarının aralık değişkenler olarak değerlendirildiği bir portföy seçim problemi üzerine çalışmışlardır. Zhang vd. (2007) alt ve üst olasılıksal ortalama ve varyansa dayanan iki çeşit portföy seçim modeli önermişlerdir ve problemin olası etkin sınırını türetebilecek bir algoritma sunmuşlardır. Tiryaki ve Ahlatcioglu (2009) bulanık analitik hiyerarşi prosesi ile porföy seçimi problemini ele alan bir metodoloji önermişlerdir. Li, Qin & Kar (2010) bulanık ortalama-varyans modelinin bir uzantısı olarak, bir ortalama-varyans-çarpıklık modeli sunmuşlardır ayrıca önerilen modelleri çözmek için bulanık simülasyonu da birleştiren genetik bir algoritma tasarlamışlardır. Bhattacharyya, Kar & Majumder (2011) klasik ortalama-varyans portföy seçim modelini işlem maliyeti dikkate alınarak ortalama-varyans-çarpıklık modeline genişletmek için bulanık küme teorisindeki aralık sayıları kullanmışlardır. Huang (2011) çalışmasında belirsiz portföy seçimi problemi üzerine çalışmış ve uzmanların güvenlik getirileri ile ilgili sübjektif tahminlerini yansıtmak için belirsiz bir değişkenin kullanılmasını önermiştir. Li, Guo & Yu (2015) üyelik fonksiyonuna dayanarak, bulanık sayılar için ortalama ve varyans kavramlarını yeniden tanımlamışlar ayrıca çarpıklık kavramını önermişlerdir ve bulanık ortalama-varyans-çarpıklık portföy seçim modelini formüle etmişlerdir. Zhou vd. (2018) değişen muhafazakar-nötr-agresif tutumlara dayanan portföy seçim problemini incelemişler ve getiri oranlarını bulanık değişkenler tanımlamışlardır.

2. Belirsizlik Altında Portföy Seçim Problemi

Portföy Seçimi problemi bir çok kriterli karar verme problemidir ve doğası gereği belirsizlik içermektedir. Portföy seçim problemi; m adet alternatif (hisse senedi) arasından n adet değerlendirme kriterini göz önüne alarak en iyi alternatiflerin belirlenmesi problemidir. Bu bölümde öncelikle alternatif hisse senetlerinin değerlendirmesi için kullanacağımız finansal oranları tanıtacağız.

2.1. Hisse Senedi Değerlendirmeleri için Kullanılan Finansal Oranlar

Bu çalışmada hisse senetlerinin ön değerlendirmelerinin yapılabilmesi için kullanılan finansal oranlar sırasıyla aşağıdaki gibidir. Bu finansal oranları kurulacak üyelik fonksiyonları çeşitlerine bağlı olarak 3 ayrı tipte sınıflandıracağız.

2.1.1. Tip 1 Finansal Oranlar (Fayda Tipli)

Bazı finansal oranlar fayda tipli oranlardır yani ne kadar yüksekse ilgili alternatif o kadar tercih edilebilirdir denilir. Bu bölümde çalışmamızda kullanacağımız Tip 1 finansal oranları kısaca tanıtacağız.

Piyasa Değeri/ Defter Değeri

Hisse senedinin borsa değerinin işletmenin öz sermayesine bölünmesiyle elde edilen bir orandır. Senedin piyasa değerinin öz varlığın kaç katı olduğunu gösterir. Bu oran yatırımcılara alma, satma ya da elde tutma kararlarında yardımcı olabilir. Şirketin Piyasa Değeri/Defter Değeri oranı hisse senedinin faaliyet gösterdiği sektör ortalamaları ile karşılaştırılarak yorumlanması gerekebilir.

Net Kar Marjı (Net kar/Satışlar)

Bu oran şirketlerin vergi sonrası karlarının net satışların ne kadarını oluşturduğunu gösterir, diğer bir değişle işletmenin 1 TL'lik satıştan ettiği net karı gösterir. Bir hisse senedinin Net kar marjı ne kadar yüksek ise o kadar iyidir denilmektedir.

Öz Sermaye Karlılığı (Net Kar/ Öz Sermaye)

Öz Sermaye Karlılığı bir şirketin karlılığını analiz etmemize olanak sağlar. Net karın öz sermaye'ye bölümü ile elde edilen bu oran karlılık analizi için anlamlı bir ölçüdür. Bu oranın yüksek olması hem şirket hem de pay sahipleri açısından olumlu olarak değerlendirilir.

Aktif Karlılığı

Bu oran, aktiflerin şirketlerde ne ölçüde karlı kullanıldığını tespit amacıyla hesaplanır. Vergiden önceki karın işletmenin tüm varlıklarına olan oranıyla hesaplanır ve oran ne kadar yüksekse o kadar iyidir şeklinde yorumlanır.

2.1.2. Tip 2 Finansal Oranlar (Maliyet Tipli)

Bazı finansal oranlar maliyet tipli oranlardır yani ne kadar düşükse ilgili alternatif o kadar tercih edilebilirdir denilir. Çalışmamızda kullanacağımız Tip 2 finansal oran olan Fiyat/Kazaç aşağıda kısaca aşağıda açıklanmıştır.

Fiyat/Kazanç

Fiyat/Kazanç (F/K) oranı hisse senedinin piyasa değerinin yıllık bazda net karına bölümü ile hesaplanır. Hisse senedinin kazancının kaç katına işlem gördüğünü gösterir.

Bu oranı yorumlarken şirketin faaliyet gösterdiği sektörün ortalama F/K'ı ya da piyasadaki benzer şirketlerin F/K oranı ile karşılaştırmak önem kazanabilir. Hisse senedinin değerinin düşük ya da yüksek olduğunu gösterir. Bu oran ne kadar küçükse hisse senedi o kadar alınabilir özelliktedir denebilir.

2.1.3. Tip 3 Finansal Oranlar (Durağan Tipli)

Bazı finansal oranlar özellikle belirli sayısal değerler civarında alternatifler için tercih edilebilir kabul edilmektedir. Biz bu tip finansal oranlardan Cari oranı alternatiflerimizin değerlendirilmesi için kullanmaktayız.

Cari Oran (Dönen Varlıklar/Kısa Süreli Borçlar)

Cari Oran, işletmenin kısa vadeli borçlarını ödeme gücünü ve net işletme sermayesinin yeterli olup olmadığını analiz etmemize fayda sağlar. Her sektörde farklı olmakla birlikte, bu oranın 2 civarında olması genellikle yeterli kabul edilir. Cari oranın yüksek olması işletmenin likidite gücünün de yüksek olduğunun göstergesi olarak kabul edilir. Bununla birlikte bu oranın çok yüksek olması şirketin sahip olduğu varlıkları verimli kullanmadığı şeklinde yorumlanabilir. Bunun anlamı şirkette kullanılmayan ancak kullanılmaya müsait fonun varlığıdır. Biz çalışmamızda, yatırım amaçlı olarak şirketleri değerleyeceğimizden dolayı bu oranın 2 civarında olmasını talep edeceğiz.

2.2. Tatmin Oranları Matrisinin Kuruluşu

Bu aşamada çalışmamızın temelini oluşturan alternatif hisse senetlerinin finansal oran performanslarının hepsine toplu şekilde aynı ölçekte bakmamızı sağlayan tatmin oranları matrisinin kuruluşunu inceleyeceğiz.

Tüm alternatifleri her bir kriter için aynı ölçekte değerlendirmemizi sağlayan tatmin oranları matrisi her bir hisse senedi için ilgili finansal orana karşılık gelen üyelik fonksiyonlarının kurulması ve bu üyelik fonksiyon değerleri ile elde edilebilir. Başka bir deyişle; $A_i \ (i=1,2,\ldots,m)$ i. alternatifi, $C_j \ (j=1,\ldots,n)$ alternatifin değerlendirilmesinde etkin olan j. kriteri ve x_{ij} i. alternatifin j. kriter için aldığı değerlendirme puanını göstermek üzere $D=[x_{ij}]$ değerlendirme oranları matrisi oluşturulur. Değerlendirme oranları matrisinin kurulmasından sonra yukarıda daha önce tanıtmış olduğumuz hisse senetlerimizi değerlendirmek için kullanacağımız finansal oranlara karşılık gelen üyelik fonksiyon değerleri kullanılarak elde edilen tatmin oranları matrisi $m_D=[m_{C_j}(x_{ij})]$ kurulmaktadır. Tatmin oranları matrisinin elemanları, diğer bir ifade ile alternatif hisse senetlerinin $A_i \ (i=1,2,\ldots,m)$ her bir $C_j \ (j=1,\ldots,n)$ kriterine göre aldıkları tatmin değerleri $[0,1]$ aralığında dağılacaktır.

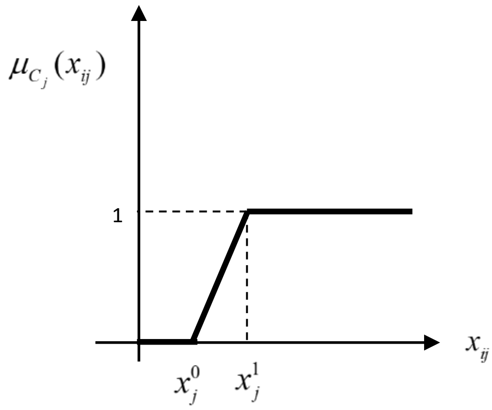
2.2.1. Değerlendirmeler için Kullanılan Finansal Oranlara Karşılık Gelen Üyelik Fonksiyonları

Bulanık karar verme çerçevesinde kullanılabilecek çok çeşitli üyelik fonksiyonları mevcuttur ancak biz çalışmamızda, hesaplamalarda kolaylık olması açısından parçalı lineer monoton artan, monoton azalan ve üçgensel üyelik fonksiyonlarını kullandık. Bu bölümde kısaca üyelik fonksiyonlarının kuruluşları anlatılacaktır.

Monoton Artan Üyelik Fonksiyonu

Hisse senetlerini değerlendirmek için kullanılan finansal oranların bir kısmı için değerlendirme puanı ne kadar yüksekse ilgili seçenek o kadar iyidir denilmektedir. Dolayısıyla bu sınıfta bulunan finansal oranlar için oluşturulan üyelik fonksiyonları monoton artan yapıda olacaktır. $\max_i x_{ij} = x_j^1$ ve $\min_i x_{ij} = x_j^0$ $(i = 1,2,\ldots m), (j = 1,2,\ldots n)$ olmak üzere monoton artan lineer üyelik fonksiyonu ve grafiği verilmiştir.

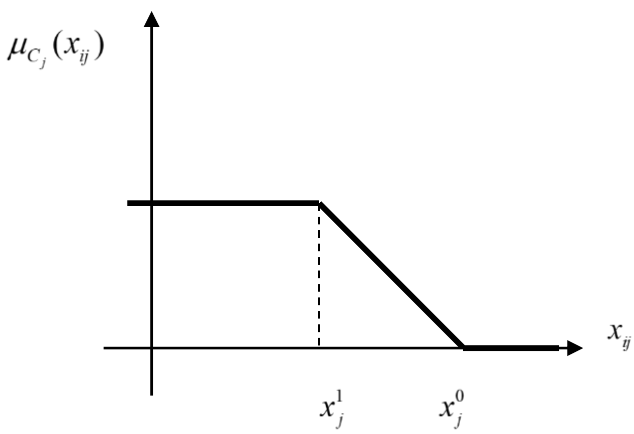
$$m_{C_j}(x_{ij}) = \begin{cases} 0 & , \; x_{ij} \le x_j^0 \\ \dfrac{x_{ij} - x_j^0}{x_j^1 - x_j^0} & , \; x_j^0 \le x_{ij} \le x_j^1 \\ 1 & , \; x_{ij} \ge x_j^1 \end{cases}$$



Monoton Azalan Üyelik Fonksiyonu

Finansal oranların bir kısmı için değerlendirme puanı ne kadar düşükse ilgili alternatif hisse senedi o kadar iyidir denilmektedir. Bu sınıftaki kriterler için oluşturulan üyelik fonksiyonları monoton azalan yapıda olacaktır. Burada $\max_i x_{ij} = x_j^0$ ve $\min_i x_{ij} = x_j^1$ olmak üzere, alternatiflerin bu kritere göre elde edilen üyelik fonksiyonu ve grafiği aşağıdaki gibi verilmiştir.

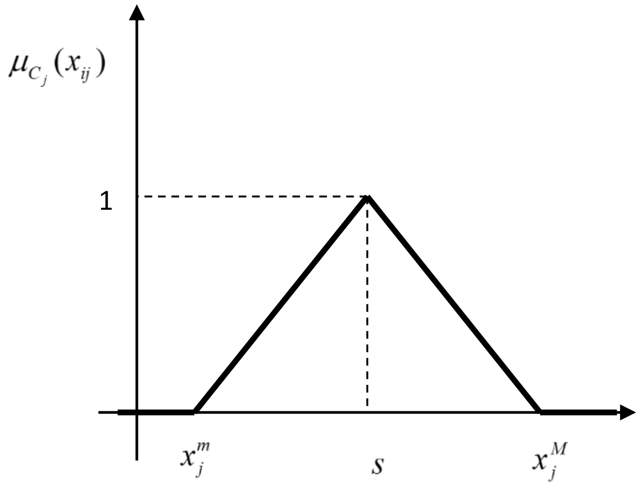
$$\mu_{C_j}(x_{ij}) = \begin{cases} 0 & , \; x_{ij} \le x_j^1 \\ \dfrac{x_{ij} - x_j^0}{x_j^1 - x_j^0} & , \; x_j^1 \le x_{ij} \le x_j^0 \\ 1 & , \; x_{ij} \ge x_j^0 \end{cases}$$



Üçgensel Üyelik Fonksiyonu

Bazı finansal oranların da belirli bir sayı civarında olması arzu edilir. Burada; istenilen seviye= s , $\min_i x_{ij} = x_j^m$ ve $\max_i x_{ij} = x_j^M$ olmak üzere ilgili üçgensel üyelik fonksiyonu ve grafiği aşağıda verilmiştir.

$$\mu_{C_j}(x_{ij}) = \begin{cases} 0 & , x_{ij} \le x_j^m \\ \dfrac{x_{ij} - x_j^m}{s - x_j^m} & , x_j^m \le x_{ij} \le s \\ \dfrac{x_{ij} - x_j^M}{s - x_j^M} & , s \le x_{ij} \le x_j^M \\ 0 & , x_j^M \le x_{ij} \end{cases}$$



Tanım 1: Hiçbir alternatif tarafından basılamayan alternatiflere ***pareto-optimal alternatifler*** denir.

Tatmin oranları matrisinin üyelik fonksiyonları yardımı ile kurulmasından sonra her bir alternatif (hisse senedi) diğer alternatifler ile karşılaştırılır. $\mu_{C_j}(x_{ij}) \ge \mu_{C_j}(x_{lj})$ eşitsizliği $\forall\, j\,(j=1,2,\ldots,n)$ gerçeklenirse, bütün kriterler için A_i alternatifi A_l alternatifine göre daha fazla tatmin edicidir. Bu yapıdaki A_i alternatifine baskın, A_l alternatifine de basılan alternatif denir. Bu baskınlık $A_i \succ A_l$ ile gösterilir. Karar verici A_i'nin olduğu yerde, hangi seçim kriterini kullanırsa kullansın hiçbir zaman A_l'yi seçmez. Dolayısıyla basılan alternatifler seçenekler arasından çıkartılır. Çalışmamızda bu değerlendirmeler sonunda elde edilen matris pareto-optimal tatmin oranları matrisi olarak isimlendirilecektir.

2.3. Karar Kriterleri

Bu bölümde Pareto-optimal tatmin oranları matrisinden alternatiflerin seçilmesi ve alternatiflerin öncelik sıralarının oluşturulması için, belirsizlik altında karar vermede kullanılan basit ve etkin karar kriterleri kısaca anlatılmıştır.

2.3.1. Eş Olasılık Kriteri

Eş olasılık kriteri her bir olayın gerçekleşme olasılığını eşit kabul eden beklenen değer hesabına dayanır. Dolayısıyla her bir alternatif için değerlendirme kriterlerinin eşit ağırlıklarda olduğu varsayımı altında verilen karardır denilebilir. Eş olasılık kriterine göre A_i alternatifinin tatmin oranlarının beklenen değeri $\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_{C_j}(x_{ij})$ ile hesaplanır. Bu beklenen değerlerin büyükten küçüğe olan sırası ilgili alternatiflerin sırasını verir. Alternatiflerin kriterlere göre tatmin oranlarının minimumlarının eşit olması durumunda ilgili tatmin oranından sonraki minimum değeri karşılaştırma için kullanılmıştır.

2.3.2. Geometrik Ortalama Kriteri

A_i alternatifinin C_j kriterine göre tatmin derecesi $\mu_{C_j}(x_{ij})$ olmak üzere, tüm kriterlere göre tatmin derecelerinin Geometrik ortalaması; $GO_i = \left[\prod_{j=1}^{n}\mu_{C_j}(x_{ij})\right]^{1/n}$ ile hesaplanır. Ancak burada $\forall\, i$ ve j için $\mu_{C_j}(x_{ij}) > 0$ olmalıdır. Bu nedenle $\mu_{C_j}^{+}(x_{ij}) = \mu_{C_j}(x_{ij}) + 1$, $\forall\, j = 1,2,\ldots n$

ötelemesi ile $\mu_{C_j}{}^{+}(x_{ij}) \geq 1$ şartı garanti edilir. Böylece $GO^{+}{}_{i} = \left[\prod_{j=1}^{n} \mu^{+}{}_{C_j}(x_{ij})\right]^{1/n}$ geometrik ortalaması A_i alternatifinin tercih sırası hakkında fikir verir.

2.3.3. Harmonik Ortalama Kriteri

Geometrik ortalama kriterinde olduğu gibi harmonik ortalama kriteri için de $\mu_{C_j}{}^{+}(x_{ij}) = \mu_{C_j}(x_{ij}) + 1$, " $j = 1,2,\ldots,n$ ötelemesi ile $\mu_{C_j}{}^{+}(x_{ij}) \geq 1$ şartı garanti edilir. Böylece $HO_i^{+} = \dfrac{n}{\sum_{j=1}^{n} \dfrac{1}{\mu^{+}{}_{C_j}(x_{ij})}}$ harmonik ortalamasının büyüklüğü A_i alternatifinin tercih sırası hakkında bilgi taşır.

2.3.4. Minimum Kriteri

Literatürde Wald'ın maksimin kriteri olarak da yer alan minimum (kötümserlik) karar kriterinde, her bir seçenekte en kötü olayın gerçekleşeceği düşünülür ve en kötü sonuçlar arasından en iyi kazancın belirlenmesi amaçlanır. Yani minimum tatmini maksimum yapacak olan alternatifler arasından tercih sıralaması yapılır. Öncelikle her bir alternatifin değişik kriterlere göre tatmin oranlarının minimumları yani alternatifin tatmin oranlarının alt sınırı elde edilir. A_i alternatifinin tatmin oranının alt sınırı $\min_j \mu_{C_j}(x_{ij})$ olmak üzere alternatifler arası öncelik sırası, $\min_j \mu_{C_j}(x_{ij})$ 'lerin büyükten küçüğe olan sırasıdır.

2.3.5. Pişmanlık Kriteri (MINIMAX)

Pişmanlık kriteri karar vericilere, alternatifler arasından en az pişmanlığı duyacakları alternatifi seçmelerini sağlamaya çalışır. Bu kriter tatmin oranlarını değil yaşanan pişmanlıkları ele alır. Öncelikle tatmin oranları matrisi pişmanlık matrisine dönüştürülmelidir. A_i alternatifinin C_j kriterine göre yaşattığı pişmanlık $p_{ij} = \max_i \mu_{C_j}(x_{ij}) - x_{ij}$ ile hesaplanır. Böylece; alternatifler ve kriterler arasında

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} C_1 & C_1 & \cdots & C_n \end{array} \\
\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array} & \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

pişmanlık matrisi kurulur. Alternatifler arası seçim sırası maksimum pişmanlığı minimum yapacak yönde olmalıdır. Yani her A_i alternatifi için $\max_j p_{ij}$ pişmanlık değeri hesaplanır. Bu değerlerin küçükten büyüğe olan sırası karşılık gelen alternatiflerin öncelik sırasını verir.

2.3.6. İyimserlik Kriteri (MAXIMAX)

İyimserlik kriteri kötümserlik kriterinin tersine çalışan ve karar vericinin tercihleri için en iyi sonuçların gerçekleşeceğini beklediği durumu analiz etmemize yarayan bir karar verme yöntemidir. Her bir alternatifin değişik kriterlere göre olan tatmin oranlarının maksimumları belirlenir. Dolayısıyla bu oran alternatifin tatmin oranlarının üst sınırını gösterir. A_i alternatifinin tatmin oranının üst sınırı $\max_i \mu_{C_j}(x_{ij})$ 'dir. Bu kritere göre alternatifler arası öncelik sırası $\max_j \mu_{C_j}(x_{ij})$ ' lerin büyükten küçüğe olan sırasıdır.

Bu kriterler farklı yatırımcı tipleri için yol gösterici sıralar verebilmektedir. Eş Ağırlık, Geometrik Ortalama ve Harmonik Ortalama kriterleri bize riske kayıtsız yatırımcı için, Minimum ve Pişmanlık kriteri riskten kaçan yatırımcı için bir sıralama verirken, İyimserlik kriteri risk üstlenen yatırımcı için sıralama vermektedir.

2.4. Belirsizlik Altında Portföy Seçimi Metodolojisi

Çok kriterli karar verme probleminde; $A_i \left(i=1,2,\ldots,m\right)$ $i.$ alternatifi; $C_j \ (j=1,\ldots,n)$ alternatifin değerlendirilmesinde etkin olan $j.$ kriteri ve $x_{ij} \ (i=1,\ldots,m;\ j=1,\ldots,n)$ $i.$ alternatifin $j.$ kriter için aldığı değerlendirme puanını göstersin. Bir çok kriterli karar verme problemi için uygulanabilecek algoritmamız şu şekilde verilebilir:

Adım 1. $D=\left\lfloor x_{ij} \right\rfloor$ değerlendirme puanları matrisini oluştur.

Adım 2. Her bir değerlendirme kriteri için kriter tiplerini belirle.

Adım 2.a. Değerlendirme kriteri Tip 1. kriter ise monoton artan yapıdaki üyelik fonksiyonunu oluştur.

Adım 2.b. Değerlendirme kriteri Tip 2. kriter ise monoton azalan yapıdaki üyelik fonksiyonunu oluştur.

Adım 2.c. Değerlendirme kriteri Tip 3. kriter ise üçgensel yapıdaki üyelik fonksiyonunu oluştur.

Adım 3. Her bir değerlendirme kriterine karşılık oluşturulan üyelik fonksiyon değerleri ile $\mu_D=\left[\mu_{C_j}\left(x_{ij}\right)\right]$ tatmin oranları matrisini oluştur.

Adım 4. Pareto-optimal tatmin oranları matrisini oluştur.

Adım 5. Karar verme kriterini kullanarak Pareto-optimal tatmin oranları matrisi ile alternatifler arasında sıralama bağıntılarını elde et.

3. Uygulama

Çalışmamızın bu bölümünde metodolojimizin işlerliğini göstermek amacıyla geçmiş fiyat hareketlerinden faydalanarak Borsa İstanbul'dan çimento sektöründen 15 adet hisse senedi seçilmiştir. Bu hisse senetlerini değerlendirmek için kullandığımız C_1**:** Piyasa Değeri/Defter Değeri (PD/DD), C_2**:** Net Kar Marjı (Net kar/Satışlar), C_3**:** Öz Sermaye Karlılığı (Öz.Ser.Kar), C_4**:** Aktif Karlılığı (AK), C_5**:** Cari Oran (Dönen Varlıklar/Kısa Süreli Borçlar) ve C_6**:** Fiyat/Kazanç finansal oranlarının değerleri Finnet.com.tr internet sitesinden 01.02.2019 tarihindeki güncel veriler ile elde edilmiştir. Bu uygulamada, finansal oranların karakteristikleri yardımıyla hisse senetlerinin belirlenen üyelik fonksiyon değerleri ile kullandığımız değerlendirme kriterleri yardımıyla alternatifler arasında bir tercih sıralaması elde edilmiştir. Alternatif hisse senetlerinin isimleri paylaşılmamıştır.

Adım 1. $D = \lfloor x_{ij} \rfloor$ değerlendirme puanları matrisi Tablo 1 de verilmiştir.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
	PD/DD	Net Kar Marjı (%)	Öz.Ser.Kar (%)	AK (%)	Cari Oran	**F/K**
A_1	2.62	26.26	48.58	32.00	1.37	**5.64**
A_2	1.80	26.26	34.55	22.76	1.37	**5.44**
A_3	0.65	26.26	4.80	3.16	1.37	**14.18**
A_4	2.01	18.75	17.59	5.49	0.45	**12.46**
A_5	1.38	12.34	19.80	10.40	1.14	**7.13**
A_6	6.62	11.26	13.56	6.81	1.13	**49.05**
A_7	0.56	10.53	13.41	9.11	1.52	**4.38**
A_8	1.22	18.33	25.98	13.79	1.05	**4.69**
A_9	1.00	8.77	22.20	12.09	2.75	**4.84**
A_{10}	0.82	16.75	22.79	8.63	0.87	**3.77**
A_{11}	2.61	14.21	16.47	12.82	3.42	**16.41**
A_{12}	1.51	19.74	17.40	13.11	1.78	**8.92**
A_{13}	0.94	17.13	18.04	11.28	2.02	**5.34**
A_{14}	1.67	20.28	21.85	15.47	2.10	**7.50**
A_{15}	1.52	11.60	9.03	7.12	2.65	**17.45**
Max	6.62	26.26	48.58	32.00	3.42	**49.05**
Min	**0.56**	**8.77**	**4.80**	**3.16**	**0.45**	**3.77**

Tablo 1. Aday Hisse senetleri ve Finansal Oranları

Adım 2. Her bir değerlendirme kriteri için kriter tiplerini belirle.

Adım 2.a. C_1, C_2, C_3 ve C_4 değerlendirme kriteri Tip 1. kriter olduğundan dolayı monoton artan yapıdaki üyelik fonksiyonları sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{C_1}(x_{i1}) = \frac{x_{i1} - \min\limits_i x_{i1}}{\max\limits_i x_{i1} - \min\limits_i x_{i1}} = \frac{x_{i1} - 0.56}{6.62 - 0.56}$$

$$\mu_{C_2}(x_{i2}) = \frac{x_{i2} - \min\limits_i x_{i2}}{\max\limits_i x_{i2} - \min\limits_i x_{i2}} = \frac{x_{i2} - 8.77}{26.26 - 8.77}$$

$$\mu_{C_3}(x_{i3}) = \frac{x_{i3} - \min\limits_i x_{i3}}{\max\limits_i x_{i3} - \min\limits_i x_{i3}} = \frac{x_{i3} - 4.80}{48.58 - 4.80}$$

$$\mu_{C_4}(x_{i4}) = \frac{x_{i4} - \min\limits_i x_{i4}}{\max\limits_i x_{i4} - \min\limits_i x_{i4}} = \frac{x_{i4} - 3.16}{32 - 3.16}$$

Adım 2.b. C_6 değerlendirme kriteri Tip 2. kriter olduğundan dolayı monoton azalan yapıdaki üyelik fonksiyonları sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{C_6}(x_{i6}) = \frac{x_{i6} - \max\limits_i x_{i6}}{\min\limits_i x_{i6} - \max\limits_i x_{i6}} = \frac{x_{i5} - 49.05}{3.77 - 49.05}$$

Adım 2.c. C_5 değerlendirme kriteri Tip 3. kriter olduğundan dolayı monoton azalan yapıdaki üyelik fonksiyonları sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{C_5}(x_{i5}) = \begin{cases} \dfrac{x_{i5} - \min\limits_i x_{i5}}{s - \min\limits_i x_{i5}} = \dfrac{x_{i5} - 0.45}{2 - 0.45} & , x_{i5} \leq s = 2 \\ \dfrac{x_{i5} - \max\limits_i x_{i5}}{s - \max\limits_i x_{i5}} = \dfrac{x_{i5} - 3.42}{2 - 3.42} & , s = 2 \leq x_{i5} \end{cases}$$

Adım 3. Her bir değerlendirme kriterine karşılık oluşturulan üyelik fonksiyon değerleri ile $m_D = \left[m_{C_i}(x_{ij}) \right]$ tatmin oranları matrisini Tablo 2 de oluşturulmuştur.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
	PD/DD	Net Kar Marjı(%)	Öz.Var.Kar(%)	Akt.Karl(%)	Cari Oran	**F/K**
A_1	1.0000	1.0000	0.5935	1.0000	0.9587	**0.3399**
A_2	1.0000	0.6795	0.5935	0.6796	0.9631	**0.2046**
A_3	0.5706	0.2921	0.0000	0.0808	0.8081	**0.2393**
A_4	0.1424	0.2001	0.4387	0.1266	0.0000	**1.0000**
A_5	0.1006	0.1967	0.6903	0.2063	0.9865	**0.0000**
A_6	0.5466	0.4838	0.3871	0.3686	0.9797	**0.1089**
A_7	0.0000	0.3974	0.4718	0.3096	0.9764	**0.0726**
A_8	0.4563	0.4109	0.2710	0.1897	1.0000	**0.0429**
A_9	0.3110	0.2666	0.0000	0.3350	0.7208	**0.3383**
A_{10}	0.4780	0.3024	0.9859	0.2816	0.9653	**0.0627**
A_{11}	0.6581	0.3894	0.9296	0.4268	0.9176	**0.1832**
A_{12}	1.0000	1.0000	0.5935	1.0000	0.9587	**0.3399**
A_{13}	1.0000	0.6795	0.5935	0.6796	0.9631	**0.2046**
A_{14}	0.5706	0.2921	0.0000	0.0808	0.8081	**0.2393**
A_{15}	**0.1424**	**0.2001**	**0.4387**	**0.1266**	**0.0000**	**1.0000**

Tablo 2. Alternatif Hisse Senetlerinin Üyelik Fonksiyon Değerleri (Tatmin Oranları Matrisi)

Adım 4. Tablo 2 de verilen tatmin oranları matrisinden alternatiflerin ikili karşılaştırmaları yardımıyla $A_2 \quad A_3, A_2 \quad A_5, A_2 \quad A_{15}, A_{14} \quad A_{15}, A_{14} \quad A_{12}$ olduğu kolayca görülebilir. Bu sebeple A_3, A_5, A_{12} ve A_{15} numaralı hisse senetleri alternatifler arasından çıkartılmalıdır. Dolayısıyla geri kalan 11 alternatifin oluşturduğu matris pareto-optimal tatmin oranları matrisidir ve Tablo 3 de görülebilir.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
	PD/DD	Net Kar Marjı(%)	Öz.Var.Kar(%)	Akt.Karl(%)	Cari Oran	**F/K**
A_1	0.3399	1.0000	1.0000	1.0000	0.5935	**0.9587**
A_2	0.2046	1.0000	0.6795	0.6796	0.5935	**0.9631**
A_4	0.2393	0.5706	0.2921	0.0808	0.0000	**0.8081**
A_6	1.0000	0.1424	0.2001	0.1266	0.4387	**0.0000**
A_7	0.0000	0.1006	0.1967	0.2063	0.6903	**0.9865**
A_8	0.1089	0.5466	0.4838	0.3686	0.3871	**0.9797**
A_9	0.0726	0.0000	0.3974	0.3096	0.4718	**0.9764**
A_{10}	0.0429	0.4563	0.4109	0.1897	0.2710	**1.0000**
A_{11}	0.3383	0.3110	0.2666	0.3350	0.0000	**0.7208**
A_{13}	0.0627	0.4780	0.3024	0.2816	0.9859	**0.9653**
A_{14}	**0.1832**	**0.6581**	**0.3894**	**0.4268**	**0.9296**	**0.9176**

Tablo 3. Pareto Optimal Tatmin Oranları Matrisi

Adım 5. Pareto-optimal tatmin oranları matrisi kullanılarak Eş Ağırlık, Geometrik Ortalama ve Harmonik Ortalama kriterleri yardımı ile riske kayıtsız yatırımcı için (Tablo 4), Minimum ve Pişmanlık kriteri ile riskten kaçan yatırımcı için (Tablo 5), İyimserlik kriteri ile ise risk üstlenen yatırımcı için (Tablo 6) aşağıdaki sıralamalar elde edilmiştir.

Eş Olasılık Kriteri	Geometrik Ortalama	Harmonik Ortalama	Ortalama Sıra
A_1	A_1	A_1	A_1
A_2	A_2	A_2	A_2
A_{14}	A_{14}	A_{14}	A_{14}
A_{13}	A_{13}	A_{13}	A_{13}
A_8	A_8	A_8	A_8
A_{10}	A_{10}	A_{10}	A_{10}
A_9	A_9	A_9	A_9
A_7	A_7	A_{11}	A_7
A_4	A_{11}	A_7	A_{11}
A_{11}	A_4	A_4	A_4
A_6	A_6	A_9	A_6

Tablo 4. Riske Kayıtsız Yatırımcı için Alternatifler Sırası

Pişmanlık Kriteri	Minimum Kriteri	Ortalama Sıra
A_1	A_1	A_1
A_2	A_2	A_2
A_{11}	A_{14}	A_8
A_9	A_8	A_{11}
A_8	A_{13}	A_{14}
A_6	A_{10}	A_{13}
A_{13}	A_{11}	A_6
A_{14}	A_6	A_9
A_4	A_7	A_{10}
A_{10}	A_4	A_4
A_7	A_9	A_7

Tablo 5. Riskten Kaçan Yatırımcı için Alternatifler Sırası

İyimserlik Kriteri
A_2
A_1
A_{10}
A_6
A_7
A_{13}
A_8
A_9
A_{14}
A_4
A_{11}

Tablo 6. Risk Üstlenen Yatırımcı için Alternatifler Sırası

Bütün yaklaşımlarda alternatiflerin öncelik sıraları elde edilmiştir. Ancak portföy oluşturmak isteyen yatırımcının portföye seçeceği hisse senedi sayısı ve portföydeki ağırlığı yatırımcının kararına bağlıdır. Bu kararın öncelik sırasına göre verilmesi esastır. Örneğin genel değerlendirme sonucu ilk 5 sıraya giren hisse senetlerinden bulundukları sıra ile ters orantılı ağırlıkla portföy oluşturmak isteyen farklı tip yatırımcıya önerilecek hisse senetleri ve yüzde ağırlıkları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Risk almaktan kaçınan yatırımcı için önerilen alternatiflerin öncelik sırası ve sıraları ile ters orantılı önerilen portföy ağırlıkları:

$$A_1 \rightarrow \%33 \quad A_2 \rightarrow \%27 \quad A_8 \rightarrow \%20 \quad A_{11} \rightarrow \%13 \quad A_{14} \rightarrow \%7$$

şeklinde oluştuğunu görürüz.

Risk üstlenmeyi seven yatırımcı için önerilen alternatiflerin öncelik sırası ve sıraları ile ters orantılı önerilen portföy ağırlıkları:

$$A_2 \rightarrow \%33 \quad A_1 \rightarrow \%27 \quad A_{10} \rightarrow \%20 \quad A_6 \rightarrow \%13 \quad A_7 \rightarrow \%7$$

şeklindedir.

Riske kayıtsız yatırımcı için önerilen alternatiflerin öncelik sırası ve sıraları ile ters orantılı önerilen portföy ağırlıkları:

$$A_1 \rightarrow \%33 \quad A_2 \rightarrow \%27 \quad A_{14} \rightarrow \%20 \quad A_{13} \rightarrow \%13 \quad A_8 \rightarrow \%7$$

şeklindedir.

4. Sonuç

Bu çalışmada finans teorisinin kapsamında yer alan ve çok yaygın şekilde incelenen portföy seçim problemi ele alınmıştır. Portföy seçimi için mevcut finans literatüründe etkin olarak kullanılan metotlar yer almaktadır. Ancak bilindiği gibi gelecekten doğan belirsizliği en iyi şekilde modele yansıtabilen metotlar, etkin olarak değerlendirilmekte ve tercih edilmektedir. Hisse senetlerinin menkul kıymet borsalarındaki hareketleri önceden tam olarak bilinemez. Ancak geçmiş fiyat hareketleri hisseler hakkında fikir verir. Bu noktadan hareketle, bulanık ortamda portföy seçimi için finansal oranlara göre değerleme yapan ve alternatifler arasında tercih sırası oluşturan yaklaşımların önemi açıktır.

Bu çalışmada belirsizlik altında Minimum Kriteri, Eş Olasılık Kriteri, Pişmanlık Kriteri, İyimserlik Kriteri, Geometrik Ortalama ve Harmonik Ortalama kriterleri kullanılarak Borsa İstanbul Çimento Sektöründen seçilen 15 adet hisse senedi için bir tercih sıralama elde edilmiştir ve örnek bir dağılım planı verilmiştir. Analiz yapılırken uzman görüşlerine başvuru ihtiyacı duyulmaması, kullanılan karar verme metodolojisinin kuvvetli ve pratik yönüdür.

Kaynakça

Alexander, G. J., Sharpe, W. F., & Bailey, J. V. (1999). Fundamentals of investments. Pearson College Division, six ed.

Bhattacharyya, R., Kar, S., & Majumder, D. D. (2011). Fuzzy mean–variance–skewness portfolio selection models by interval analysis. Computers & Mathematics with Applications, 61(1), 126-137.

Bilbao-Terol, A., Pérez-Gladish, B., Arenas-Parra, M., & Rodríguez-Uría, M. V. (2006). Fuzzy compromise programming for portfolio selection. Applied Mathematics and computation, 173(1), 251-264.

Durer, S., Ahlatcioglu, M., & Tiryaki, F. (1994). Ideal menkul kiymet portföyü olusturmada analitik hiyerarsi yaklasimi. Arastırma Sempozyumu, 94, 21-23.

Giove, S., Funari, S., & Nardelli, C. (2006). An interval portfolio selection problem based on regret function. European Journal of Operational Research, 170(1), 253-264.

Huang, J. J., Tzeng, G. H., & Ong, C. S. (2006). A novel algorithm for uncertain portfolio selection. Applied Mathematics and computation, 173(1), 350-359.

Huang, X. (2011). Mean-risk model for uncertain portfolio selection. Fuzzy Optimization and Decision Making, 10(1), 71-89.

Inuiguchi, M., & Ramık, J. (2000). Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. Fuzzy sets and systems, 111(1), 3-28.

Inuiguchi, M., & Tanino, T. (2000). Portfolio selection under independent possibilistic information. Fuzzy sets and systems, 115(1), 83-92.

Lacagnina, V., & Pecorella, A. (2006). A stochastic soft constraints fuzzy model for a portfolio selection problem. Fuzzy sets and systems, 157(10), 1317-1327.

Li, X., Guo, S., & Yu, L. (2015). Skewness of fuzzy numbers and its applications in portfolio selection. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 23(6), 2135-2143.

Li, X., Qin, Z., & Kar, S. (2010). Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns. European Journal of Operational Research, 202(1), 239-247.

Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection/Harry Markowitz. The Journal of Finance, 7(1), 77-91.

Ong, C. S., Huang, J. J., & Tzeng, G. H. (2005). A novel hybrid model for portfolio selection. Applied Mathematics and computation, 169(2), 1195-1210.

Parra, M. A., Terol, A. B., & Urıa, M. R. (2001). A fuzzy goal programming approach to portfolio selection. European Journal of Operational Research, 133(2), 287-297.

T.L. Saaty, (1980). The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill. New York.

Tanaka, H., & Guo, P. (1999). Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions. European Journal of operational research, 114(1), 115-126.

Tanaka, H., Guo, P., & Türksen, I. B. (2000). Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions. Fuzzy sets and systems, 111(3), 387-397.

Tiryaki, F. (2001). The use of data envelopment analysis for stocks selection on Istanbul stock exchange. In PICMET'01. Portland International Conference on Management of Engineering and Technology. Proceedings Vol. 1: Book of Summaries (IEEE Cat. No. 01CH37199) (Vol. 1, pp. 373-vol). IEEE.

Tiryaki, F., & Ahlatcioglu, B. (2009). Fuzzy portfolio selection using fuzzy analytic hierarchy process. Information Sciences, 179(1-2), 53-69.

Tiryaki, F., & Ahlatcioglu, M. (2005). Fuzzy stock selection using a new fuzzy ranking and weighting algorithm. Applied Mathematics and Computation, 170(1), 144-157.

Xia, Y., Liu, B., Wang, S., & Lai, K. K. (2000). A model for portfolio selection with order of expected returns. Computers & Operations Research, 27(5), 409-422.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and control, 8(3), 338-353.

Zhang, W. G., Wang, Y. L., Chen, Z. P., & Nie, Z. K. (2007). Possibilistic mean–variance models and efficient frontiers for portfolio selection problem. Information Sciences, 177(13), 2787-2801.

Zhou, X., Wang, J., Yang, X., Lev, B., Tu, Y., & Wang, S. (2018). Portfolio selection under different attitudes in fuzzy environment. Information Sciences, 462, 278-289.

Zimmermann, H. J. (2011). Fuzzy set theory—and its applications. Springer Science & Business Media.