



Received: March 20, 2017
Accepted: April 19, 2017
Published Online: June 30, 2017

AJ ID: 2017.05.01.ECON.01
DOI: 10.17093/alphanumeric.298658

Comparing Accuracy Performance of ELM, ARMA and ARMA-GARCH Model In Predicting Exchange Rate Return

Nimet Melis Esenyel | Statistics Department, Faculty of Economics, Istanbul University, Turkey, melis.esenyel@istanbul.edu.tr

Melda Akin | Statistics Department, Faculty of Economics, Istanbul University, Turkey, akin01@istanbul.edu.tr

ABSTRACT

GARCH type models and artificial intelligence models are frequently used in the modeling of financial time series returns. In this study, the performance of ARMA and ARMA-GARCH models was compared with ELM. Four error measurement criteria were used in the performance comparison. According to the findings, ELM models of Euro and GBP exchange rates returns are superior to the ARMA and ARMA-GARCH models. According to this result, it can be said that ELM, one of the artificial intelligence-based methods, is more suitable for estimating the exchange rate returns during the period covered.

Keywords:

Artificial Neural Networks, Extreme Learning Machine (ELM), ARMA, ARMA-GARCH

Döviz Kuru Getirisinin Tahmininde ELM, ARMA ve ARMA-GARCH Modellerinin Doğruluk Performansının Karşılaştırılması

ÖZET

Finansal zaman serilerinin getirilerinin modellenmesinde GARCH tipi modeller ve yapay zeka modelleri sıklıkla kullanılmaktadır. Bu çalışmada ARMA ve ARMA-GARCH modellerinin performansı, yapay zeka tekniklerinden ELM ile karşılaştırılmıştır. Performans karşılaştırılarda dört adet hata ölçüm kriterinden yararlanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre Euro ve GBP döviz kurlarının ELM modellerinin, ARMA ve ARMA-GARCH modellerine kıyasla daha üstün olduğu görülmüştür. Bu sonuca göre ele alınan dönem içerisinde, döviz kuru getirilerinin tahmininde ELM' nin daha uygun olduğu söylenebilir.

Anahtar Kelimeler:

Yapay Sinir Ağları, Hızlı Öğrenen Makine (ELM), ARMA, ARMA-GARCH



1. Giriş

Dünyanın küreselleşmesiyle birlikte para birimleri arasındaki kurlardaki hareketler, ekonominin tüm alanlarına etki etmeye başlamıştır. Döviz kurları, ülke ekonomilerini kıyaslamada önemli bir gösterge olması, kriz habercisi olması ve uluslararası ticarete oynadığı rol nedeniyle ekonomide etkili olmaktadır. Bu sebeple döviz kurlarındaki hareketliliğin belirlenmesi bir gereklilik haline gelmiştir. Ayrıca finans literatüründe tahminin önem kazanmasının sebepleri arasında, firmanın performans analizinin yapılması ve yatırımcının aldığı kararlarda etkili rol oynaması da sayılabilir (W. Huang vd., 2004).

Araştırmacılar döviz kurunu tahmin etmek için birçok yöntem geliştirmişlerdir. Döviz kurunu etkilediği düşünülen makro ekonomik değişkenler ile kurulan ekonometrik modeller, tek/çok değişkenli zaman serisi modelleri ve yapay zeka temelli modeller bunlar arasındadır (Cao & Tay, 2001). Özellikle geleneksel istatistiksel teknikler, ekonomik ve finansal verilerde genellikle var olan doğrusal olmayan yapıyı yakalayamamaları ve bu verilerin durağan olmama durumunda gerekli varsayımları sağlayamamalarından dolayı, düşük tahmin performansına sahiplerdir. Bu sebeple araştırmacılar yapay sinir ağları, genetik programlama ve destek vektör regresyonu gibi makine öğrenme tekniklerinin kullanılmasını önermektedirler (W. Huang vd., 2004; Cao ve Tay, 2001). Bu yöntemlerin geleneksel yöntemlere üstünlüğü, veri üretim sürecinde herhangi bir varsayım gerektirmemeleri ve doğrusal olmayan ilişkileri yakalayabilme kapasitesine sahip olmalarından kaynaklanmaktadır.

Geleneksel istatistiksel tekniklerden olan Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) modellemesi ve Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Heteroskedasite (GARCH) modellemesi finasta yaygın olarak kullanılmaktadır (Abdalla, 2012). Bununla birlikte yapay sinir ağları (YSA), açıklanan varyansın daha yüksek olması ve örneklem dışı tahmin doğruluğunun geleneksel istatistik modellerine kıyasla daha üstün olması gibi sebeplerden dolayı son zamanlar araştırmacıların dikkatini çeken bir uygulama alanı olmuştur (West, Brockett, & Golden, 1997).

Bu çalışmada, Türkiye’de döviz kurunun tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda Hızlı Öğrenen Makine (Extreme Learning Machine-ELM) YSA öğrenme algoritması ile klasik istatistiksel tekniklerden ARMA ve ARMA-GARCH modellerinin tahmin performansları karşılaştırılacaktır.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde kullanılan yöntemlerin teorik yapısı ayrıntılı bir şekilde anlatılacaktır. Üçüncü bölümde yöntemlerin döviz kuru tahmininden elde edilen bulgulara ve modellerin tahmin hatalarına yer verilerek, yöntemler karşılaştırılacaktır. Dördüncü bölümde ise elde edilen bulgulara ilişkin değerlendirmelere yer verilecektir.

2. Yöntem

2.1. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modeli

Bir zaman serisinin durağan olması, o seriyi yaratan sürecin zamana bağlı olarak sabit kalması anlamına gelmektedir. Diğer bir ifadeyle, durağan bir seri sabit bir ortalama etrafında dağılım gösterir ve herhangi bir sapma olsa bile ortalamaya dönme eğilimindedir (Enders, 2010). Durağan zaman serilerinin modellenmesinde Otoregresif (AR) model, Hareketli Ortalama (MA) modeli ve Otoregresif Hareketli

Ortalama (ARMA) modeli kullanılmaktadır. ARMA modelinde hem otoregresif hem de hareketli ortalama bileşeni bulunmaktadır. ARMA(p,q) modelinin genel denklemi aşağıdaki gibidir.

$$Y_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Burada p otoregresif kısmın derecesini ve q ise hareketli ortalama kısmının derecesini göstermektedir. Y_t serisi, çalışmanın konusuna uygun olarak getiri serisini temsil etmektedir. δ sabit terim, ϕ_1, \dots, ϕ_p otoregresif parametreler, $\theta_1, \dots, \theta_q$ hareketli ortalama parametreleri, ε_t sıfır ortalama, sabit varyans ve korelasyonsuz rassal bir değişken olan hata terimidir.

p değerinin belirlenmesi için kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF), q değerinin belirlenmesi için ise otokorelasyon fonksiyonu (ACF) kullanılmaktadır. p ve q derecesi belirlendikten sonra model tahmin aşamasına geçilebilir. Otoregresif hareketli ortalamalar modelinde tahmin, hareketli ortalamalar modelinde olduğu gibidir. Otoregresif hareketli ortalamalar modelinde açıklayıcı değişkenler arasında hata terimi ve onun gecikmeli değerleri vardır. Bilindiği üzere hata terimleri bilinemez. Bundan dolayı ARMA(p,q) modelleri de MA(q) modeli gibi koşullu en çok benzerlik yöntemiyle tahmin edilmektedir (Hamilton, 1994). Tahmin edilen ARMA(p,q) modelinde parametreler sırasıyla $|\phi_1 + \dots + \phi_p| < 1$ ve $|\theta_1 + \dots + \theta_q| < 1$ kısıtlarını sağladığında ARMA(p,q) süreci durağan ve çevrilebilirdir (Campbell, Lo, MacKinlay, & others, 1997).

Modelin uyum iyiliğini test etmek için R^2 belirginlik katsayısı ve Akaike (AIC), Schwartz (SC) gibi bilgi kriterleri kullanılabilir. ARMA(p,q) modelinin tahmin edilen parametrelerinin istatistiksel özelliklerine ve yapılan testlere güvenebilmek için modellerin kalıntılarının normal dağılıma uygunluğu şarttır. Kalıntıların normalliğini test etmek için Jarque Bera, Liliefors, Kolmogorov Smirnov veya Shapiro Wilk testleri kullanılabilir (George G. Judge vd., 1988). ARMA(p,q) modelleri arasından seçim yapabilmek için ise yine AIC, SC gibi bilgi kriterlerinden yararlanılabilir. Bilgi kriterlerinin değerleri daha küçük olan model seçilir (Çil Yavuz, 2015).

2.2. Otoregresif Hareketli Ortalama-Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Heteroskedasite (ARMA-GARCH) Modeli

ARCH-GARCH Modelleri

Klasik doğrusal regresyon modelinin varsayımlarından biri olan, hata teriminin varyansının sabit olması durumu homoskedasite olarak ifade edilmektedir. Bu varsayımın sağlanmaması ise heteroskedasite olarak adlandırılır. Finansal zaman serileri (hisse senedi, döviz kuru, enflasyon oranı, vb.) ile kurulan ekonometrik modeller tahmin edildiğinde çoğunlukla hata terimleri heteroskedastik özellik göstermektedir. Böyle bir durumda En Küçük Kareler Yöntemi ile tahmin edilen parametreler etkin değildir (Çil Yavuz, 2015). Bu sebeple finansal zaman serilerinin tahmini için Engle (1982), Otoregresif Koşullu Heteroskedasite (ARCH) modelini önermiştir. Bu model ile zaman serisinin koşullu ortalaması ve varyansı aynı zamanda ayrı olarak belirlenmektedir. Hata teriminin varyansının, önceki dönem hatalarının karesine bağlı olduğu, ARCH(p,q) modelinin matematiksel gösterimi;

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= z_t \sigma_t \\ y_t &= \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde. Burada y_t ; bağımlı değişkenin t zamanındaki değeri, σ_t ; standart sapmanın t zamanındaki değeri, z_t ; 0 ortalama 1 varyansla bağımsız ve özdeş dağılan temiz dizi, ε_t ; hata teriminin t zamanındaki değeridir. Denklemden yer alan sabit parametre (α_0) ve ARCH parametrelerinin (α_i) sağlamaları gereken kısıtlar vardır. Varyansın pozitif olması için $\alpha_0 > 0$ ve $0 \leq \alpha_i < 1$ kısıtları sağlanmalıdır.

1986 yılında (Bollerslev, 1986) tarafından, ARCH modelinin eksikliklerini gidermek için, Genelleştirilmiş Koşullu Heteroskedasite (GARCH) modeli geliştirilmiştir. Bu modelin ARCH modelinden farkı, koşullu varyans denkleminde, hata teriminin karesinin gecikmeleri ile birlikte koşullu varyansın gecikmelerinin de yer almasıdır. $GARCH(p, q)$ modelinin denklemi,

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= z_t \sigma_t \\ y_t &= \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde. ARCH modeline benzer şekilde, denklemden yer alan sabit parametre (α_0), ARCH parametreleri (α_i) ve GARCH parametrelerinin (β_j) sağlamaları gereken kısıtlar vardır. Varyansın pozitif olması için, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$ kısıtları sağlanmalıdır (Nelson & Cao, 1992).

ARMA-GARCH Modeli

Denklem (1) ile ifade edilen $ARMA(p, q)$ modelinde, hata teriminin (ε_t) saf hata süreci olduğu varsayılmaktadır, yani 0 ortalama ve sabit varyansla bağımsız ve benzer dağılan (i.i.d.) bir temiz dizidir. Matematiksel olarak,

$$E(\varepsilon_t) = 0, E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0 (i \neq j), E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2 \quad (4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ancak, finansal zaman serilerinde çoğunlukla sabit varyans varsayımı gerçekleşmemektedir. Bu durumda geçmiş gözlemlerine bağlı olarak zamanla değişen varyans, yani koşullu varyans durumu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca ardışık hata terimleri ilişkisiz olsa da, bağımsız değildirlir.

Denklem (3) ile ifade edilen $GARCH(p, q)$ modelinde hata terimi $\varepsilon_t = z_t \sigma_t$ olarak ifade edilir. Burada z_t , belirli bir olasılık dağılımından çekilen (genellikle Gaussian) standardize edilmiş, bağımsız ve benzer dağılan rasgele değişkendir, yani $E(z_t) = 0$ ve $\text{var}(z_t) = 1$ dir. σ_t ise, Denklem (3)'teki koşullu standart sapmadır. Bu bilgilerden hareketle $ARMA(m, n)$ - $GARCH(p, q)$ modeli aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} Y_t &= \delta + \sum_{i=1}^m \phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^n \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \\ \varepsilon_t &= z_t \sigma_t, z_t \sim N(0, 1) \end{aligned} \quad (5)$$

ARMA-GARCH modelini kurarken dikkat edilmesi gereken durumlar ve aşamalar aşağıda özetlenmiştir (Hossain & Nasser, 2011; Pham & Yang, 2010).

1. Aşama: Öncelikle serinin durağan olup olmadığı belirlenir. Eğer serinin durağan olmadığı tespit edilirse gerekli dönüşümler yapılarak durağan hale getirilir.

2. Aşama: Veri eğitim ve test kümesi olarak ikiye ayrılır. Eğitim kümesi kullanılarak ARMA modeli kurulur ve parametreler tahmin edilir. Modelin tahmini aşamasında Box-Jenkins (Box, Jenkins, Reinsel, & Ljung, 1976) metodolojisi takip edilir. Test kümesi tahmin gücünü belirlemek için kullanılır.

3. Aşama: ARMA modelinin uygunluğu test edilir. Bunun için parametrelerin istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığı t-testi yardımıyla belirlenir. Parametre kısıtlarının sağlanıp sağlanmadığına bakılır ve hataların rassal olarak dağılıp dağılmadığı da L-jung Box Q testi yardımıyla belirlenebilir. Model uygun ise 4. aşamaya geçilir.

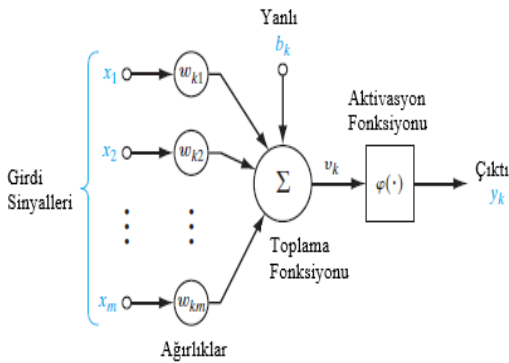
4. Aşama: Modelde ARCH etkisinin varlığı test edilir. Bunun için ARCH-LM testi kullanılabilir. Eğer modelde ARCH etkisinin varlığı tespit edilirse 5. aşamaya geçilir.

5. Aşama: ARMA-GARCH modeli kurulur ve parametreler tahmin edilir. 3.aşamaya benzer şekilde parametrelerin istatistiksel anlamlılığı kontrol edilir ve parametre kısıtlarının sağlanıp sağlanmadığına bakılır. Eğer modelin uygun olduğuna karar verilirse 6. aşamaya geçilir.

6. Aşama: ARMA-GARCH modelinin yeterliliğinin belirlenmesinden sonraki aşama gelecek tahminidir. Tahmin edilen değerler ile test kümesi değerleri karşılaştırılır, gerçekleşen hatalar raporlanır ve modelin tahmin gücü belirlenir.

2.3. Yapay Sinir Ağları

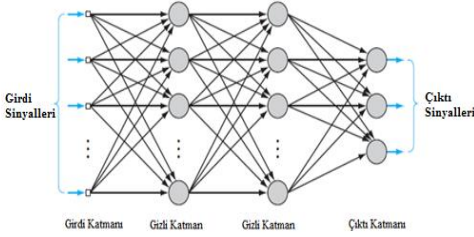
Yapay sinir ağları (YSA) insan beyninin yapısı ve işlevi dikkate alınarak geliştirilmiştir (McCulloch & Pitts, 1943). İnsan beyninin en küçük ögesi olan nöronlar (neuron), birbirine dendrit (dendrite) ve aksonlar (axon) ile bağlanır. Bu bağlantı noktaları sinaps (synapse) olarak adlandırılır. Burada bir nöronun aksonundan aldığı elektriksel uyarı, diğer nöronun dendritine aktarır. Hücre gövdesi denilen kısımda, dendritlerden gelen tüm sinyaller toplanır. Sinyaller hücrenin eşik değerini geçtiği takdirde elektrik akımı oluşturulur. Yapay sinir ağlarında da aynı olay gerçekleştirilir. Burada dendritin görevini toplama fonksiyonu, hücre gövdesinin görevini aktivasyon fonksiyonu (activation function), sinapsların görevini ağırlıklar (weight) yapmaktadır. Biyolojik hücrede oluşan elektrik akımının yapay hücredeki karşılığı ise çıktıdır (output). Şekil 1'de yapay sinir ağlarının genel gösterimi verilmiştir.



Şekil 1. Yapay sinir ağlarının yapısı (Haykin, 2009:11)

Yapay sinir ağlarında nöronlar üç farklı katmanda bulunurlar. Bunlar girdi katmanı, gizli katman ve çıktı katmanıdır. Bu katmanlardan üçünü de barındıran yapay sinir ağlarına çok katmanlı yapay sinir ağları denir. Günümüzde tek katmanlı YSA'lar (gizli katmanı olmayan YSA) eksikliklerinden dolayı fazla kullanılmamaktadır. Çok katmanlı yapay sinir ağları aynı zaman ileri beslemeli yapay sinir ağlarıdır. İleri besleme, girdi katmanından çıktı katmanına doğru tek yönlü bir akışı ifade etmektedir (Öztemel, 2006).

Katmanların genel yapısı Şekil 2'de gösterildiği gibidir.



Şekil 2. Çok Katmanlı YSA (Haykin, 2009:11)

Şekil 2'deki ağ yapısının formüle edilişi aşağıdaki verilmiştir.

$$y = \varphi \left(\sum_{i=1}^N x_i w_i + b \right) \quad (6)$$

Burada x_i girdileri, w_i girdilere ait ağırlıkları, b_i sapma terimini, φ aktivasyon fonksiyonunu ve y_i çıktıları ifade etmektedir.

Geleneksel Öğrenme Algoritmaları

$\{(x_i, t_i) \mid i=1, \dots, N\}$, N farklı keyfi gözlem olsun. Burada $x_i = [x_{i1}, \dots, x_{im}] \in R^n$ ve $t_i = [t_{i1}, \dots, t_{im}]^T \in R^m$ şeklindedir. \tilde{N} gizli nöron sayısını ve $g(x)$ aktivasyon fonksiyonunu göstermek üzere, standart tek gizli katmanlı ileri beslemeli yapay sinir ağı (TKİBYSA)'nın matematiksel ifadesi aşağıda gösterildiği gibidir. ($j=1, 2, \dots, n$)

$$\sum_{i=1}^{\tilde{N}} \beta_i g_i(x_j) = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \beta_i g(w_i \cdot x_j + b_i) = o_j \quad (7)$$

Bu standart TKİBYSA, N adet gözleme sıfır hatayla yaklaşabilir (G.-B. Huang & Babri, 1998). Bu durumun matematiksel ifadesi aşağıdaki Denklem (8) ile verilmiştir. Burada σ_j ağıın çıktısını, t_j ise hedef çıktıyı temsil etmektedir.

$$\sum_{j=1}^{\tilde{N}} \|o_j - t_j\| = 0 \quad (8)$$

Eğer β_i , w_i ve b_i biliniyorsa, eşitlik aşağıdaki hale dönüşür.

$$\sum_{i=1}^{\tilde{N}} \beta_i g(w_i \cdot x_j + b_i) = t_j, j=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

Denklemin matrissel gösterimi ise $H\beta = T$ şeklindedir. H , gizli katman çıktı matrisi olarak adlandırılır. Genellikle ($\tilde{N} = N$) yani gözlem sayısı ile gizli nöron sayısı eşit

olmadığı için H kare matris değildir. Bu sebeple, matris eşitliğinin sağlanması için spesifik \hat{w}_i , \hat{b}_i ve $\hat{\beta}$ ($i = 1, \dots, \tilde{N}$) değerleri bulunmalıdır.

Geleneksel öğrenme algoritmaları, $\|H\beta - T\| = 0$ eşitliğinin minimizasyon sürecinde, (w_i, β_i) ağırlıkları ve b_i sapma parametrelerinin kümesi olan W vektörü, yinelemeli olarak aşağıdaki şekilde ayarlanır. Burada η öğrenme oranıdır.

$$W_k = W_{k-1} - \eta \frac{\partial E(W)}{\partial W} \quad (10)$$

Geleneksel öğrenme algoritmaları arasında analizlerde en çok kullanılan Geri Yayımlı Algoritması-GY (Backpropagation Algorithm) dir. Öğrenme oranının yanlış belirlenmesi kaynaklı ortaya çıkabilecek olan ezberleme problemi, yerel minimuma takılma (getting stuck with local minima), aşırı eğitime (overtrained) problemi, aktivasyon fonksiyonunun sonsuz kez türevi alınabilir olduğunu varsayması bu algoritmanın problemleri arasında sayılabilir. Bu problemleri ortadan kaldırmak amacıyla Extreme Learning Machine algoritması geliştirilmiştir.

Hızlı Öğrenen Makine (Extreme Learning Machine (ELM))

Hızlı öğrenen makine (G.-B. Huang, Zhu, & Siew, 2006), TKİBYSA'nı eğitmek için geliştirilmiş bir öğrenme algoritmasıdır. ELM'de girdi ağırlıkları w_i ve gizli katman sapmaları b_i 'nin ayarlanmasına gerek yoktur. Ayrıca herhangi bir kapalı girdi kümesinde, aktivasyon fonksiyonu herhangi bir sürekli fonksiyon olarak belirlenebilir (G.-B. Huang, Zhu, & Siew, 2004).

Aşağıdaki eşitlikte görüldüğü gibi, sabit girdi ağırlıkları w_i ve gizli katman sapmaları b_i ile TKİBYSA'nı eğitmek, $H\beta = T$ doğrusal sisteminin bir en küçük kareler çözümü olan $\hat{\beta}$ 'nin bulunmasına eşdeğerdir.

$$\begin{aligned} & \|H(w_1, \dots, w_{\tilde{N}}, b_1, \dots, b_{\tilde{N}})\hat{\beta} - T\| \\ & = \min_{\hat{\beta}} \|H(w_1, \dots, w_{\tilde{N}}, b_1, \dots, b_{\tilde{N}})\hat{\beta} - T\| \end{aligned} \quad (11)$$

$H\beta = T$ doğrusal sisteminin minimum normlu en küçük kareler çözümü $\hat{\beta} = H^{-1}T$ şeklindedir. Burada H^{-1} , H matrisinin Moore-Penrose tersidir (G.-B. Huang et al., 2004).

Çalışmada YSA'yı eğitmek için kullanılan ELM algoritmasının, uygulamalı çalışmalarda sıklıkla kullanılan GY algoritmasına göre avantajlı olma özelliği vardır. ELM'de girdi ağırlıkları w_i ve gizli katman sapmaları b_i 'nin ayarlanmasına gerek yoktur. Ayrıca herhangi bir kapalı girdi kümesinde, aktivasyon fonksiyonu herhangi bir sürekli fonksiyon olarak belirlenebilir. GY algoritmasına kıyasla çok daha hızlıdır. Ayrıca ELM'de doğrusal sisteminin minimum normlu en küçük kareler çözümünün eğitim hatasının az olduğu, diğer en küçük kareler çözümleriyle karşılaştırıldığında daha küçük norma sahip olduğu ve bu özellikleri taşıyan tek çözüm olduğu gösterilmiştir. Ancak bu avantajların yanı sıra sahip olduğu dezavantajlar da vardır ve bu durum tahmin performansını düşürebilir. ELM algoritması ile eğitim sırasında girdi ağırlıklarının ve sapmaların rasgele seçilmesi, girdi katman çıktı matrisinin sütun rankının tam olmamasına sebep olur. Bu da ağırlıkların eğitilmesinde kullanılan

doğrusal sistemin çözümsüz olmasına sebep olabilir. Bu durum öngörü hassasiyetini azaltabilir.

3. Veri ve Bulgular

Çalışmada kullanılan veriler Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası Elektronik Veri Dağıtım Sistemi'nden elde edilmiş olup günlük frekanstadır. Kullanılan döviz kuru verilerine (Euro/TL, GBP/TL) ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 1'de özetlenmiştir.

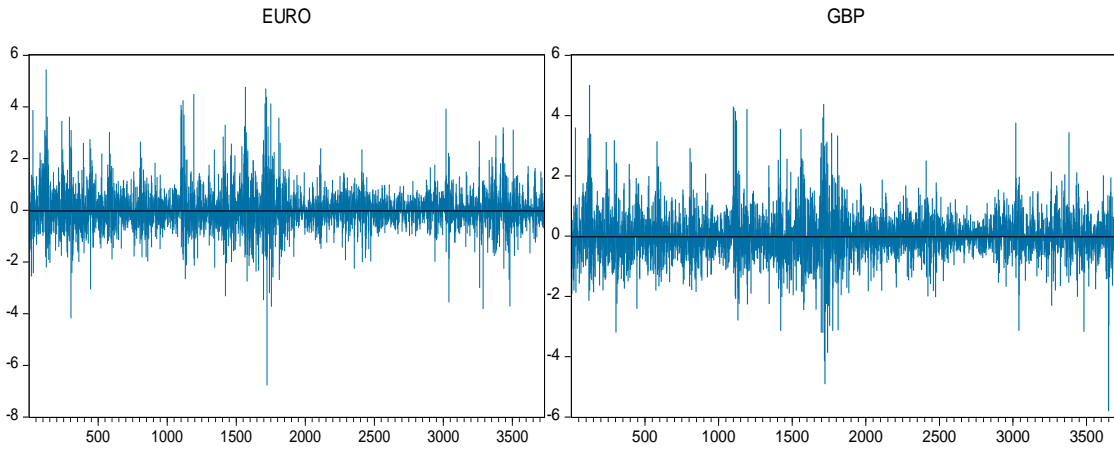
| Getiriler | Zaman Aralığı | N | Ortalama | S.Sapma | Çarpıklık | Basıklık |
|-----------|--------------------------|------|----------|----------|-----------|----------|
| Euro/TL | 3 Ocak 2002-31 Ekim 2016 | 3731 | 0.025985 | 0.827633 | 0.4698511 | 8.47819 |
| GBP/TL | 3 Ocak 2002-31 Ekim 2016 | 3731 | 0.015786 | 0.814757 | 0.3385546 | 7.47490 |

Tablo 1. Döviz kuru getirilerinin tanımlayıcı istatistikleri

Döviz kuru serileri, Denklem (12) kullanılarak getiri serilerine dönüştürülmüştür.

$$y_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) * 100 \quad (12)$$

Burada p_t , döviz kuru fiyatlarını, y_t ise döviz kuru getirilerini temsil etmektedir. Euro/TL ve GBP/TL döviz kuru getiri serilerinin grafikleri Şekil 3'de verilmiştir. Grafiklere bakıldığında küçük şokların küçük şokları, büyük şokların ise büyük şokları takip ettiği görülmektedir. Bu durum volatilité kümelenmesine işaret etmektedir.



Şekil 3. Günlük getirilerin değişimi

Çalışmada kullanılan döviz kurlarının veri kümesinde toplam 3731 adet gözlem bulunmaktadır. Bu veri kümesi üç alt kümeye ayrılmıştır. İlki eğitim kümesi olup verilerin %95'ini, doğrulama kümesi verilerin %2.5'ünü ve son olarak test kümesi de verilerin %2.5'ünü içermektedir (Hossain & Nasser, 2011). Eğitim kümesi modellerin belirlenmesinde, doğrulama kümesi ELM için parametrelerin (saklı katmandaki nöron sayısı) belirlenmesinde, ARMA ve GARCH modelleri için derecenin belirlenmesinde ve son olarak test kümesi modeller kurulduktan sonra tahmin gücünün belirlenmesinde kullanılmaktadır.

Tahmin gücünün belirlenmesi için hata ölçüm kriterinden

- Ortalama hata karesi (mean square error-MSE),
- Normalize edilmiş ortalama hata kare (normalized mean square error-NMSE),

- Ortalama mutlak hata (mean absolute error-MAE)

kullanılmıştır (Tay & Cao, 2001). Kullanılan kriterlerin ifadeleri Tablo 2’de verilmiştir.

| Kriter | Formül |
|--------|---|
| MSE | $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ |
| NMSE | $\frac{1}{\sigma^2 n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ |
| MAE | $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \hat{y}_i $ |

Tablo 2. Hata ölçüm kriterleri

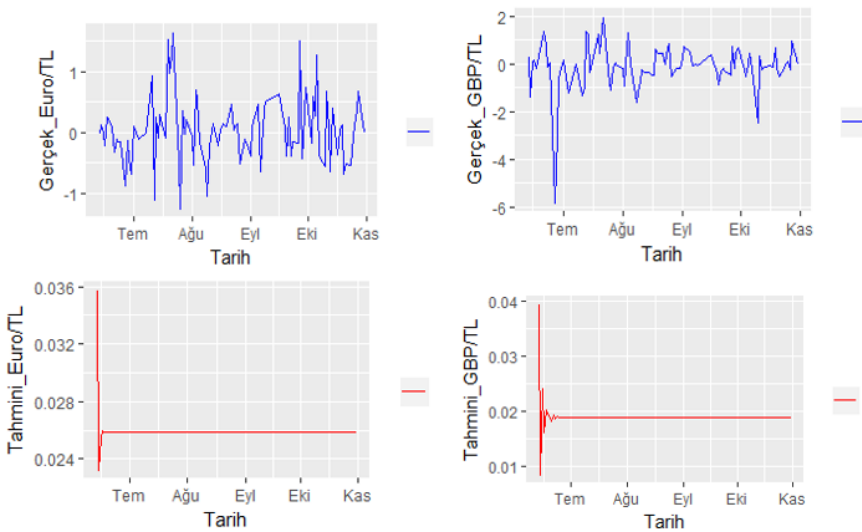
3.1. ARMA Modeli Sonuçları

Getiri serilerinin ARMA modellerinin kurulması için E-views paket programından yararlanılmıştır. Yapılan denemeler sonucunda uygun parametre kısıtlarını sağlayan modellerin hatalarının rassal dağılıp dağılmadığı L-jung Box Q testi ile sınanmıştır ve yeterli görülen model tahmin amaçlı kullanılmıştır. Eğer birden fazla yeterli model varsa bunlar arasından AIC ve SC bilgi kriterleri kullanılarak seçim yapılmıştır. Tablo 3’de döviz kuru getirileri için yeterli bulunan modeller ve modellere ait AIC, SC bilgi kriterleri verilmiştir.

| ARMA modelleri | AIC | SC |
|----------------|----------|----------|
| Euro/TL | | |
| ARMA(1, 1) | 2.473824 | 2.480640 |
| ARMA(2, 1)* | 2.473639 | 2.480455 |
| AR(2) | 2.473686 | 2.480502 |
| GBP/TL | | |
| ARMA(1, 1)* | 2.413366 | 2.420182 |
| ARMA(2, 1) | 2.413815 | 2.420631 |
| ARMA(3, 1) | 2.414579 | 2.421395 |
| ARMA(3, 2) | 2.413741 | 2.422261 |

Tablo 3. ARMA modelleri ve bilgi kriterleri

Euro/TL döviz kuru için ARMA(2, 1) ve GBP/TL döviz kuru için ARMA(1, 1) modeli uygun bulunmuştur. Gerçek değerler ile tahmin edilen değerlerin grafikleri Şekil 4’de gösterilmiştir.



Şekil 4. Getirilerin ARMA modeli ile tahmin edilen değerleri

Şekil 4 incelendiğinde ARMA modeliyle tahmin edilen değerlerin gerçek değerler ile örtüşmediği ve volatilité kümelemesini iyi yansıtamadığı görülmektedir.

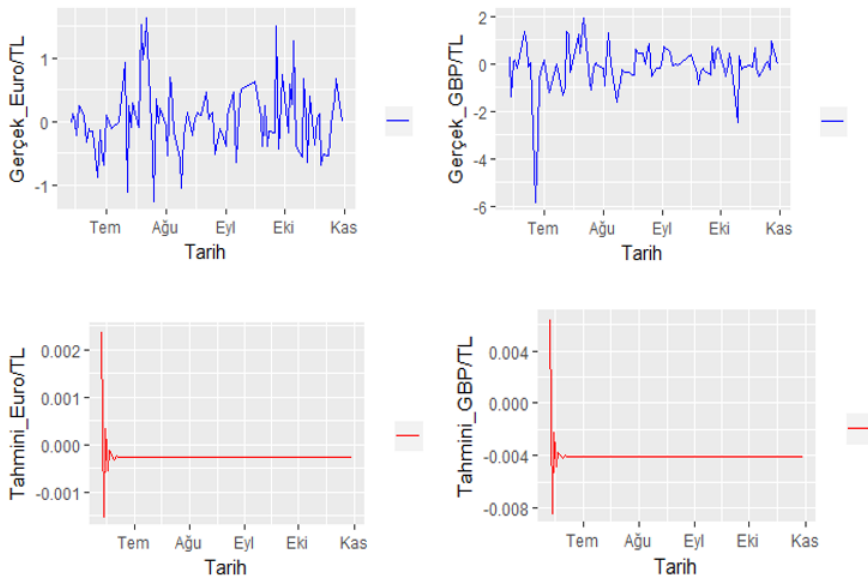
3.2. ARMA-GARCH Modeli Sonuçları

Getiri serilerinin ARMA-GARCH modellerinin kurulması için E-views paket programından yararlanılmıştır. Getiri serilerinin ARMA modellerine ARCH-LM testi yapılmıştır ve sıfır hipotezi "ARCH etkisi yoktur" şeklinde olan testte iki getiri serisi için de sıfır hipotezin reddine karar verilmiştir. Serilerde var olan ARCH etkisinden dolayı ARMA-GARCH modellerinin kurulması uygun görülmüştür. Yapılan denemeler sonucunda uygun parametre kısıtlarını sağlayan modeller arasından AIC ve SC bilgi kriterleri kullanılarak seçim yapılmıştır. Modeller kurulduktan sonra ARCH-LM testi tekrar uygulanmış ve bu sefer ARCH etkisi olmadığı görülmüştür. ARMA-GARCH model sonuçları Tablo 4'te ve gerçek değerler ile tahmin edilen değerlerin grafikleri Şekil 5'de gösterilmiştir.

| Tahmin değerleri | Euro/TL | GBP/TL |
|----------------------|----------------|-----------------|
| $\hat{\delta}$ | -0.000264 | -0.004048 |
| $\hat{\phi}_1$ | -0.474178* | -0,413999** |
| $\hat{\theta}_1$ | 0.541202* | 0.485886* |
| $\hat{\alpha}_0$ | 0.019962* | 0.016933* |
| $\hat{\alpha}_1$ | 0.154803* | 0.130293* |
| $\hat{\beta}_1$ | 0.824932* | 0.848480* |
| | F(5)=284.7916* | F(5)=390.2736* |
| ARCH-LM Test (ARMA) | F(10)=329.882* | F(10)=453.3782* |
| | F(15)=374.542* | F(15)=516.9447* |
| | F(20)=381.1735 | F(20)=546.5183* |
| | F(5)=1.302788 | F(5)=4.290737 |
| ARCH-LM Test (GARCH) | F(10)=12.47353 | F(10)=12.85479 |
| | F(15)=14.45675 | F(15)=17.03954 |
| | F(20)=17.53213 | F(20)=19.56917 |

*, **, *** sırasıyla 1%, 5%, 10% anlamlılık düzeylerini göstermektedir.

Tablo 4. ARMA-GARCH Modellerinin Sonuçları

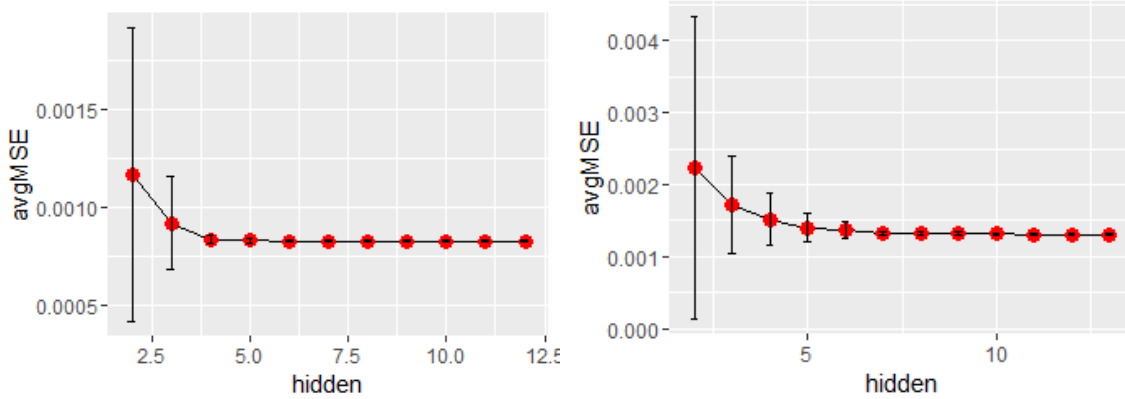


Şekil 5. Getirilerin ARMA-GARCH modeli ile tahmin edilen değerleri

Şekil 5 incelendiğinde ARMA-GARCH modeliyle tahmin edilen değerlerin gerçek değerler ile örtüşmediği ve volatilité kümelemesini iyi yansıtamadığı görülmektedir.

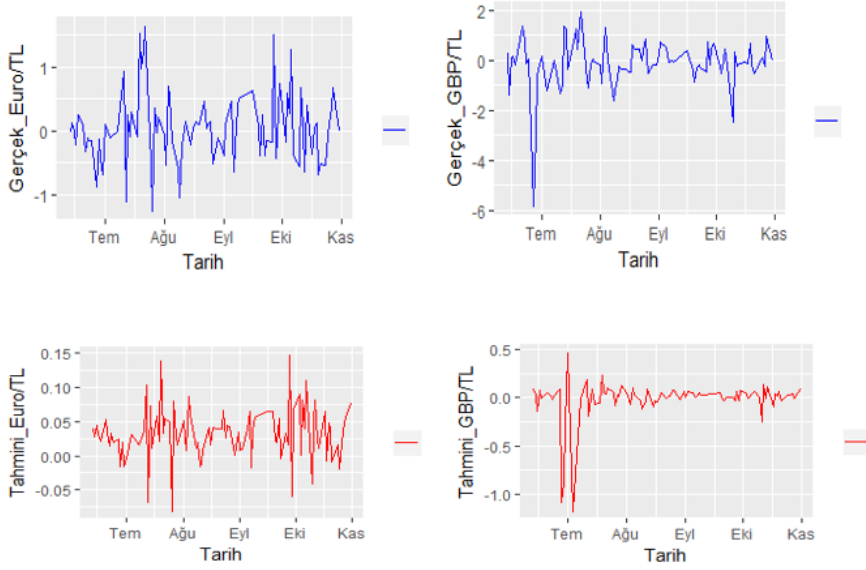
3.3. ELM Modeli Sonuçları

Getiri serilerinin ELM modellerinin kurulması için R-elmNN (Package, Gosso, & Training, 2015) paketinden yararlanılmıştır. Daha önce bahsedildiği üzere ELM algoritması tek gizli katmanlı yapay sinir ağlarını eğitmek üzere geliştirilmiş bir algoritma olduğundan, çalışmada üç katmanlı bir ağ yapısı kurulmuştur. Girdi katmanındaki nöron sayısı modele katılan girdi sayısı kadar olacak şekilde belirlenmiştir. Gizli katmandaki nöron sayısının belirlenmesi için doğrulama kümesi üzerinde en az hatayı veren nöronun belirlenmesi için 100 iterasyon yapılmıştır ve çıktı katmanındaki nöron sayısı 1 olarak belirlenmiştir. Türevlenebilir olan radyal tabanlı fonksiyon ise aktivasyon fonksiyonu olarak seçilmiştir. Getiri serilerinin girdi katmanındaki nöron sayısının belirlenmesi için, nöron sayısı 1'den başlayarak modeller kurulmuştur ve hatanın artmaya başladığı nöron sayısında işlem durdurulmuştur. Euro/TL döviz kuru için ELM(3-12-1) ve GBP/TL döviz kuru için ELM(6-13-1) modeli uygun bulunmuştur (ELM(a-b-c) modelinde a; girdi katmanındaki, b; gizli katmandaki ve c; çıktı katmanındaki nöron sayısını temsil etmektedir). Hatanın nöron sayısına göre değişimi Şekil 6'da ve gerçek değerler ile tahmin edilen değerlerin grafikleri Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 6. Hataların nöron sayısına göre değişimi

Şekil 6 incelendiğinde; Euro/TL serisi için yapılan 100 iterasyon sonucu, doğrulama kümesi üzerinde en az MSE değerini veren gizli nöron sayısı 12 olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde GBP/TL serisi için, optimum gizli nöron sayısının 13 olduğu görülmektedir.



Şekil 7. Getirilerin ELM modeli ile tahmin edilen değerleri

Şekil 7 incelendiğinde ELM modeliyle tahmin edilen değerlerinin, ARMA ve ARMA-GARCH modellerinden elde edilen tahminler ile kıyaslandığında, volatilité kümelemesini daha iyi yansıttığı görülmektedir.

3.4. Modellerin Karşılaştırılması

Çalışmada kullanılan üç yöntemin de tahmin hataları farklı hata ölçüm kriterlerine göre Tablo 5'te verilmiştir.

| Getiri | Model | MSE | NMSE | MAE |
|---------|----------------------|----------|----------|----------|
| Euro/TL | ARMA(2,1) | 0.289737 | 1.678734 | 0.395046 |
| | ARMA(1,1)-GARCH(1,1) | 0.286482 | 8.205670 | 0.393564 |
| | ELM(3-12-1) | 0.284522 | 1.427928 | 0.391572 |
| GBP/TL | ARMA(1,1) | 0.957548 | 5.636645 | 0.608042 |
| | ARMA(1,1)-GARCH(1,1) | 0.952506 | 3.766270 | 0.603262 |
| | ELM(6-13-1) | 0.870688 | 1.774168 | 0.575641 |

Tablo 5. ARMA, ARMA-GARCH ve ELM modellerinin karşılaştırılması

Tablo incelendiğinde Euro/TL getirisinin ARMA modelinden elde edilen MSE, NMSE ve MAE hata ölçüm kriterleri sırasıyla 0.289737, 1.678734, 0.395046, ARMA-GARCH modelinden elde edilen MSE, NMSE ve MAE hata ölçüm kriterleri sırasıyla 0.286482, 8.205670, 0.393564, ELM modelinden elde edilen MSE, NMSE ve MAE hata ölçüm kriterleri sırasıyla 0.284522, 1.427928, 0.391572 olarak bulunmuştur. MSE açısından kıyaslanıldığında en düşük değere sahip olan modelin ELM olduğu görülmektedir. Bu durum NMSE ve MAE kriterleri için de geçerlidir. GBP/TL getirisinin ARMA modelinden elde edilen MSE, NMSE ve MAE hata ölçüm kriterleri sırasıyla 0.957548, 5.636645, 0.608042, ARMA-GARCH modelinden elde edilen MSE, NMSE ve MAE hata ölçüm kriterleri sırasıyla 0.952506, 3.766270, 0.603262, ELM modelinden elde edilen MSE, NMSE ve MAE hata ölçüm kriterleri sırasıyla 0.870688, 1.774168, 0.575641 olarak bulunmuştur. MSE açısından bakıldığında en düşük değere sahip olan modelin ELM olduğu görülmektedir. Bu durum NMSE ve MAE kriterleri için de geçerlidir. Buradan görüleceği gibi her üç kritere göre de, döviz kuru getirileri için kurulan ELM modelinin, ARMA ve ARMA-GARCH modellerine göre daha üstün olduğu söylenebilir.

Kaynakça

- Abdalla, S. Z. S. (2012). Modelling Exchange Rate Volatility using GARCH Models: Empirical Evidence from Arab Countries. *International Journal of Economics and Finance*, 4(3), 1206–1214.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holdenday.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W.-C., MacKinlay, A. C., & others. (1997). *The Econometrics of Financial Markets (Vol. 2)*. Princeton University press Princeton, NJ.
- Cao, L., & Tay, F. E. H. (2001). Financial Forecasting Using Support Vector Machines. *Neural Computing & Applications*, 10, 184–202.
- Çil Yavuz, N. (2015). *Finansal Ekonometri (2nd ed.)*. İstanbul: Der Yayınları.
- Enders, W. (2010). *Applied Econometric Time Series (3rd ed.)*. John Wiley & Sons.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis (Vol. 2)*. Princeton University press Princeton.
- Haykin, S. (2009). *Neural Networks and Learning Machines, Third Edition*, New York, Pearson Prentice Hall.
- Hossain, A., & Nasser, M. (2011). Comparison of the finite mixture of ARMA-GARCH, back propagation neural networks and support-vector machines in forecasting financial returns. *Journal of Applied Statistics*, 38(3), 533–551.
- Huang, G.-B., & Babri, H. A. (1998). Upper bounds on the number of hidden neurons in feedforward networks with arbitrary bounded nonlinear activation functions. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9(1), 224–229.
- Huang, G.-B., Zhu, Q.-Y., & Siew, C.-K. (2004). Extreme learning machine: a new learning scheme of feedforward neural networks. In *2004 IEEE International Joint Conference on Neural Networks (IEEE Cat. No.04CH37541) (Vol. 2, pp. 985–990 vol.2)*.
- Huang, G.-B., Zhu, Q.-Y., & Siew, C.-K. (2006). Extreme learning machine: Theory and applications. *Neurocomputing*, 70(1), 489–501.
- Huang, W., Lai, K. K., Nakamori, Y., & Wang, S. (2004). Forecasting Foreign Exchange Rates with Artificial Neural Networks - A Review. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 3(1), 145–165.
- Judge, G. G., Hill, R. C., Griffiths, W., Lutkepohl, H., & Lee, T. C. (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*.
- McCulloch, W. S., & Pitts, W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5(4), 115–133.
- Nelson, D. B., & Cao, C. Q. (1992). Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(2), 229–235.
- Öztemel, E. (2006). *Yapay Sinir Ağları (3. Baskı)*. İstanbul: Papatya Yayıncılık.
- Package, T., Gosso, A. A., & Training, D. (2015). Package “elmNN.”
- Pham, H. T., & Yang, B. S. (2010). Estimation and forecasting of machine health condition using ARMA/GARCH model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(2), 546–558.
- Tay, F. E., & Cao, L. (2001). Application of support vector machines in financial time series forecasting. *Omega*, 29(4), 309–317.
- Vilasuso, J. (2002). Forecasting Exchange Rate Volatility. *Economics Letters*, 76, 59–64.
- West, P. M., Brockett, P. L., & Golden, L. L. (1997). A Comparative Analysis of Neural Networks and Statistical Methods for Predicting Consumer Choice. *Marketing Science*, 16(4), 370–391.

